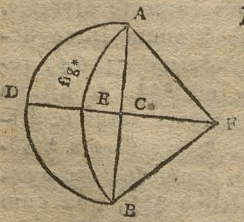
METHODUS
DEMONSTRATIVA
perfectè Quadrandi Circulum
à VICE-COLONELLO EUGENIO CORSONICH
Anno 1775. Varſaviæ
EDITA.

Definitio I. Per quadratum internum intelligo illud, cujus latus eſt ad diametrum Circuli ut 3. ad 4. Si ergo hæc eſt 8, 12, 16; erit illud 6, 9, 12.

Definitio II. Semicirculum, cujus area inveſtigatur per rationem diametri ad peripheriam ut 9 : 28, voco *defectivum*, quia deficit à vera magnitudine ob defectum, per quem peccat peripheria. Contrà Semicirculum, qui indagatur per rationem ut 7 : 22, nuncupo *exceſſivum*, quia excedit veram magnitudinem ob exceſſum peripheriæ.

Definitio III. Lunula Hippocratis Chii eſt figura Curvilinea 2. arcubus comprehenſa, nempe: Semiperipheria A D B Circuli minoris, & 4ta parte peripheriæ A E B Circuli maioris.

Theorema I. *Lunulæ Hippocratis A D B E A eſt æqualis Triangulo A B F, cujus baſis A B eſt Diameter Semicirculi A D B A, & altitudo radius C F.*



Demonſtratio. Sint diametri a, & b, & exponens rationis m: erunt peripheriæ ma, & mb, & areæ Circulorum inter ſe ut $\frac{ma^2}{4} : \frac{mb^2}{4}$; ſeu dividendo utrinque per m, ut $a^2 : b^2$. h. e. ut quadrata radiorum; ſed quadratum radii A F, utpote hypothenuſæ eſt = quadratis Cathetorum A C, & C F per conſtructionem æqualium: conſequenter duplum quadrati radii A C.

A C. Ergo Circulus radio A F deſcriptus eſt quoque duplus Circuli radio A C deſcripti, & quadrans A E B F A $=$ Semicirculo A D B A. Ablato igitur utrinque Segmento communi A E B C A, remanet Lunula A D B E A $=$ Triangulo A B F.

Corollarium. Ut ergo reperiatur area Lunulæ; neceſſe eſt multiplicare dimidiam baſin Trianguli, h. e. radium A C per altitudinem C F, h. e. ob æqualitatem per eundem radium A C. Quamobrem Lunula eſt $=$ quadrato radii, quo ſubtracto à Semicirculo remanet Segmentum, quod proinde eſt complementum Lunulæ ad Semicirculum: & in hoc ſenſu accipitur hic Segmentum, quod ſubductum à Semicirculo relinquit viciſſim Lunulam.

Theorema II. *Segmenta ſunt ad Lunulas ſuas ut 9. ad 16.*

Demonſtratio. Areæ Semicirculorum componuntur ex Lunula & Segmento, & ſunt inter ſe ut quadrata diametrorum: Lunulæ, quæ nihil aliud ſunt niſi quadrata diametrorum diviſa per 4, exiſtunt in eadem ratione: nam ſi 2. numeri dividantur per eundem 3tium, quoti emergentes ſunt inter ſe ut illi. Ergo etiam Segmenta ſunt inter ſe ut quadrata diametrorum: Si enim partes ablatæ (*Lunulæ*) eandem habent rationem, quàm quantitates integræ (*Semicirculi*;) etiam partes reſiduæ (*Segmenta*) eandem rationem habent, quàm quantitates integræ. Quoniam porro 2. rationes eidem 3tiæ æquales ſunt etiam $=$ inter ſe; evidens eſt Segmenta eſſe inter ſe in ratione Lunularum. Eſt itaque Segmentum X ad Segmentum y $=$ Lunulæ $\frac{a^2}{4}$ ad Lunulam $\frac{b^2}{4}$, & alternando X: $\frac{a^2}{4} = $ y: $\frac{b^2}{4}$. Ergo Segmenta omnia ad Lunulas ſuas eandem rationem habent. Sit jam diameter Semicirculi 6, & denominator fractionum ſpuriarum inter Segmentum defectivum $\frac{40}{8}$, & exceſſivum $\frac{36}{7}$ inveniendarum $=$ 48: reperientur 6 fractiones intermediæ, quarum 1ma eſt $\frac{241}{48}$, & ultima $\frac{246}{48}$, quæ formant totidem cum Lunula 9, rationes inter ſe diverſas. Poſitis porro diametro $=$ 5, & denominatore fractionum inter Segmentum defectivum $\frac{125}{36}$, & exceſſivum $\frac{200}{56}$ inveniendarum $=$ 64, reperiuntur 6 fractiones intermediæ, quarum 1ma eſt $\frac{223}{64}$, & ultima $\frac{228}{64}$, quæ cum Lunula $\frac{25}{4}$ conſtituunt quoque 6 rationes inter ſe differentes. Deinde inter Segmentum defectivum $\frac{5}{9}$, & exceſſivum $\frac{4}{7}$ Semicirculi, cujus diameter eſt 2, inveniuntur poſito denominatore 624, 10 fractiones intermediæ, quarum 1ma $\frac{347}{624}$, & ultima $\frac{356}{624}$, quæ cum Lunula $=$ 1, totidem efficiunt rationes inrer ſe diverſas. Tandem

inter

inter Segmentum defectivum $\frac{5}{36}$, & exceſſivum $\frac{1}{7}$ Semicirculi, cujus diameter eſt 1, inveniuntur poſito denominatore 1280, 5. fractiones intermediæ, quarum 1ma $\frac{178}{1280}$, & ultima $\frac{182}{1280}$, quæ cum Lunula $\frac{1}{4}$, totidem conſtituunt rationes, quæ omnes inter ſe differunt. Conferendo tamen rationes ſeriei 1mæ cum rationibus ſeriei 2dæ, 3tiæ, & 4tæ, inveniuntur 4 earum inter ſe æquales, nempe $\frac{243}{48} : 9 = \frac{225}{64} : \frac{25}{4} = \frac{351}{624} : 1 = \frac{180}{1280} : \frac{1}{4}$: nam multiplicando terminos rationis 1mæ per 48, 2dæ per 64, 3tiæ per 624, & 4tæ per 1280, ac dividendo deinde hos novos terminos rationis 1mæ per 27, 2dæ per 25, 3tiæ per 39, & 4tæ per 20, reperitur quælibet ut 9: 16. Cum ergo in hac quadruplici ſerie fractionum nullæ aliæ ad 4 Lunulas 9, $\frac{25}{4}$, 1, & $\frac{1}{4}$, eandem habeant rationem, quam $\frac{243}{48}$, $\frac{225}{64}$, $\frac{351}{624}$, & $\frac{180}{1280}$; evidens eſt, etiam nullas alias, quàm has eſſe poſſe Segmenta, & quia porro omnes aliæ ſeries, quotquot dari poſſunt, hanc rationem habent communem; palam eſt, omnia Segmenta eſſe ad Lunulas ſuas ut 9: 16.

Scholion I. *Quærendo ad 9, 28 & diametrum datam e. gr. 6, numerum 4tum proportionalem, innoteſcit peripheria $\frac{168}{9}$, quæ multiplicata per 8vam partem diametri $\frac{6}{8}$ patefacit Semicirculum defectivum $\frac{1008}{72}$. Subtracta ab hoc Lunula 9 = $\frac{648}{72}$, relinquitur Segmentum defectivum $\frac{360}{72} = \frac{40}{8}$: fractio huic æqualis, & habens pro denominatore 48, eſt $\frac{240}{48}$; cui ſi addatur $\frac{1}{48}$, habetur fractio $\frac{241}{48}$, aliquanto major quàm Segmentum defectivum $\frac{40}{8}$. Addatur deinde ſucceſſivè $\frac{1}{48}$, & habebuntur 6 Segmenta intermedia, antequam perveniatur ad fractionem = Segmento exceſſivo $\frac{36}{7}$, quod reperitur ſicut defectivum, cum hac ſolùm differentia, quod peripheria inveſtigatur inferendo: ut 7 ad 22, ita diameter data 6 ad peripheriam quæſitam $\frac{132}{56}$. Fractio habens pro denominatore 48, & æquipollens Segmento exceſſivo $\frac{36}{7}$ reperitur per hanc analogiã: ut 7 ad 36, ita 48 ad $\frac{246}{48}$ & $\frac{6}{7}$ de $\frac{1}{48}$. Proinde omittendo fractionem fractionis, nempe $\frac{6}{7}$ de $\frac{1}{48}$ habetur fractio $\frac{246}{48}$ paulo minor, quàm Segmentum exceſſivum $\frac{36}{7}$. Ut deinde prodeat eadem æqualitas rationum in ſerie quacunque fractionum intermediarum; neceſſe eſt uti denominatore diviſibili per 16, & quidem non minori quàm 16, ſi diameter eſt numerus par; at ſi eſt impar, utendum eſt denominatore diviſibili per 64, nec minori, quàm eſt hic numerus. Tandem poteſt denominator omnium fractionum cujuscunque ſeriei eſſe ſemper, & ſine ulla reſtrictione 64. Interdum reperiuntur præter rationes ut 9: 16, adhuc aliæ inter ſe æquales, ſed quia non ſunt ſeriei cuicunque communes; nequeunt eſſe veræ.*

Scho-

Scholion II. *Subtracto Segmento $\frac{9}{16}$ à Semicirculo excessivo $\frac{11}{7}$, cujus diameter est 2, relinquitur Lunula excessiva $\frac{113}{112}$; ablato verò eodem à Semicirculo defectivo $\frac{14}{9}$, remanet Lunula defectiva $\frac{143}{144}$. Quoniam $\frac{113}{112}$ est major, quàm Lunula vera, & $\frac{111}{112}$ minor, quàm defectiva $\frac{143}{144}$, ut patet ex reductione fractionum; nequit vera esse alia, quàm $\frac{112}{112} = 1$. Subducto porro Segmento $\frac{9}{4}$ à Semicirculo excessivo $\frac{44}{7}$, cujus diameter est 4, relinquitur Lunula excessiva $\frac{113}{28}$; ablato verò eodem à Semicirculo defectivo $\frac{56}{9}$, remanet Lunula defectiva $\frac{143}{36}$: quia autem $\frac{113}{28}$ est major quàm Lunula vera, & $\frac{111}{28}$ minor quàm defectiva $\frac{143}{36}$; nequit vera esse alia, quàm $\frac{112}{28} = 4$. Enimverò cùm Semicirculi tam excessivi, quàm defectivi sint falsi; Lunulæ autem 1, & 4, ex iis, & Segmentis inventæ, veræ; & impossibile sit, ut ex omnibus falsis aliquid veri eruatur; palam est Segmenta $\frac{9}{16}$, & $\frac{9}{4}$, quæ sunt ad Lunulas ut 9 : 16, esse vera. En confirmationem miram Theorematis præcedentis, ad quam accedit sequens mirificentior, & quidem Universalis: datis diametris e. gr. 7, & 9, atque Segmentis $\frac{441}{64}$ & $\frac{729}{64}$ reperiuntur inter 12. rationes seriei 1mæ, & 20. 2dæ, quas Lunulæ inter defectivam, & excessivam intermediæ habent ad sua Segmenta, tantùm 2. æquales, nempe: $\frac{784}{64} : \frac{441}{64} = \frac{1296}{64} : \frac{729}{64}$, siquidem multiplicando ambas per 64, & dividendo terminos 1mæ per 49, & 2dæ per 81, utraque deprehenditur ut 16 : 9. Sunt igitur $\frac{784}{64} = 12\frac{1}{4}$, & $\frac{1296}{64} = 20\frac{1}{4}$ Lunulæ veræ, neque de hoc dubitari potest, siquidem positis radiis $\frac{7}{2}$, & $\frac{9}{2}$, quadrata eorum necessario esse debent $\frac{49}{4} = 12\frac{1}{4}$, & $\frac{81}{4} = 20\frac{1}{4}$. Quoniam ergo Lunulæ hac Methodo ex Segmentis inventæ, sunt veræ; evidens est etiam Segmenta eadem Methodo ex Lunulis inventa, esse vera. Quis erit igitur tam insanus, ut, quod arguendo evertere non potest, tanquam ridiculum contemnat, aut ineptiis refertum aliorum risui exponat.*

Corollarium I. Est itaque Segmentum ad 16, 9, & quadratum radii dati 4tum proportionale, quod additum Lunulæ manifestat Semicirculum, cujus duplum est area Circuli. Quoniam autem Semicirculus est numerus perfectè quadratus; palam est radicem ejus esse latus quadrati ei æqualis. Quodsi huic radici jungatur ad angulum rectum latus ei =, ducaturque hypothenusa; erit hæc latus quadrati integro Circulo æqualis, quod etiam reperitur, quærendo inter dimidium radium, & peripheriam in lineam rectam extensam, lineam mediam geometrice proportionalem. Hac methodo quadratur Circulus, & quadratum ei = construitur. Ergo perfecta Circuli quadratura hic habetur.

Scho-

Scholion. *Si Circulus radio irrationali descriptus commutandus sit in quadratum; investigetur per Corollarium præcedens latus quadrati æqualis Circulo, cujus area est cognita; deinde quæratur ad diametrum Circuli cogniti, ad latus quadrati eidem æqualis, & ad diametrum irrationalem Circuli commutandi in quadratum, linea 4ta proportionalis, quæ erit latus quadrati quæsiti.*

Corollarium II. Posita diametro 8, quadratum ejus est 64, Lunula 16; quadratum internum 36; & Segmentum 9. Est ergo Lunula 4ta pars quadrati diametri, & Segmentum 4ta pars quadrati interni.

Theorema III. *Area Circuli est media Arithmeticè proportionalis inter quadratum diametri, & internum.*

Demonstratio. Semicirculus componitur ex Lunula, & Segmento, h. e. vi Corollarii præcedentis ex 4ta parte quadrati diametri, & 4ta parte quadrati interni. Ergo Circulus componitur ex Semisumma eorundem quadratorum, nempe ex dimidio quadrato diametri, & dimidio quadrato interno. Posito igitur quadrato diametri $= a^2$, & quadrato interno $= b^2$: erit Circulus $X = \frac{a^2 + b^2}{2}$; quæ formula resolvitur in hanc: $a^2 - X = X - b^2$. Est ergo Circulus medius Arithmeticè proportionalis inter quadratum diametri, & internum.

Corollarium I. Reperitur igitur area Circuli exactè addendo quadrato diametri quadratum internum, & summam dividendo per 2. Hac ratione denuo habetur perfecta Circuli quadratura, & quidem ut antea independenter à ratione diametri ad peripheriam.

Corollarium II. Quoniam Circulus est = Triangulo, cujus basis est peripheria in lineam rectam extensa, & altitudo radius; evidens est divisâ areâ Circuli e. gr. 50. per dimidium radium 2 prodire peripheriam 25, cujus quadratum in lineam rectam extensæ est 625. Est igitur quadratum diametri ad Aream Circuli ut 64 ad 50; & quadratum peripheriæ ad eandem ut 625. ad 50; vel dividendo utrinque per 25, ut 25. ad 2. Hinc datâ areâ Circuli reperitur peripheria inferendo: ut 2 : 25, ita area data ad quadratum peripheriæ, cujus radix est peripheria quæsita. Diameter vero reperitur per hanc Analogiam: ut 50 ad 64, ita Area data ad quadratum diametri, cujus radix est diameter quæsita. Data autem

tem peripheria vel diametro invenitur Area Circuli per hanc proportionem: ut 25 ad 2, ita quadratum peripheriæ datæ ad Aream Circuli quæsitam; vel ut 64 ad 50, ita quadratum diametri datæ ad Aream quæsitam. Tandem Area Circuli habetur multiplicando peripheriam per dimidium radium; seu 4tam partem diametri; seu totum radium per dimidiam peripheriam, quia Area Trianguli prodit eadem, sive basis tota multiplicetur per dimidiam altitudinem; sive tota altitudo per dimidiam basin.

Theorema IV. *Sphæræ sunt ut Cubi diametrorum.*

Sphæra æquatur $\frac{2}{3}$ Cylindri eandem cum ea basin, & altitudinem habentis: proinde prodit ejus soliditas multiplicando Circulum maximum Sphæræ per $\frac{2}{3}$ diametri; vel totam diametrum per $\frac{2}{3}$ Circuli maximi. Positis igitur diametris $=$ a, & b: erunt Circuli maximi $\frac{ma^2}{4}$, & $\frac{mb^2}{4}$, qui multiplicati per $\frac{2}{3}$ diametri exhibent Sphæras $\frac{2ma^3}{12}$, & $\frac{2mb^3}{12}$, quæ reductæ ad minores terminos sunt inter se ut $\frac{ma^3}{6} : \frac{mb^3}{6}$, & multiplicatæ porro per 6, ac divisæ per m, ut $a^3 : b^3$, h. e. ut Cubi diametrorum.

Corollarium I. Quoniam Sphæra est $=$ pyramidi, cujus basis superficies, & altitudo radius Sphæræ; palam est divisa soliditate Sphæræ $\frac{ma^3}{6}$ per 3tiam partem radii, seu 6tam diametri $\frac{a}{6}$ haberi superficiem $\frac{6ma^3}{6a} = ma^2$, h. e. factum ex peripheria in diametrum, quod multiplicatum per 6tam partem diametri $\frac{a}{6}$ manifestat denuo soliditatem Sphæræ $\frac{ma^3}{6}$. Hinc multiplicando peripheriam e. gr. 25 per diametrum 8, prodit Sphæræ superficies 200, quæ ducta in Sextam partem diametri $\frac{8}{6}$, exhibet soliditatem Sphæræ $266\frac{2}{3}$.

Corollarium II. Si diameter Sphæræ 8, reperitur Cubus ejus 512. Est ergo Cubus diametri ad soliditatem Sphæræ ut 512 : $266\frac{2}{3}$; Sive multiplicando utrinque per 3, & dividendo deinde per

32, ut 48 : 25. Proinde soliditas Sphæræ aliter invenitur quærendo ad 48, 25, & Cubum diametri datæ numerum 4tum geometricè proportionalem.

Jam ergo palinodiam Cane Zoile, si in numerum Ampullatorum me referendum censuisti, siquidem hæ paginæ nihil nisi veritates Sole meridiano clariores, ac demonstrationes geometricas consequenter & invictas obtutui tuo offerunt. Quodsi nihilominus tam perfrictæ sis frontis, ut etiam hæc per hyperbolen à me prolata esse affirmes; tuarum partium est, loco Cachinnonis exhibere te Geometram gravem, veritatis amantem, moderatum, & refutantem me seriò, solidè, & directè, non confugiendo ad Auctoritatem Archimedis, Culenii, aut Metii, quam hìc non agnosco, etsi viros illos maximi faciam: non juravi enim cum discipulis Pythagoræ in verba magistri; Sed potius cum Seneca fari soleo: nullius nomen fero, nemini sum mancipatus, multum aliis tribuo, aliquid & mihi vindico. In opusculo de perfecta Circuli quadratura anno Superiori edito sufficienter demonstravi, peripheriam semper peccare in excessu; Sive investigetur per bisectionem arcuum, & laterum Polygonorum; Sive per Canonem sinuum: proinde crambe non est recoquenda. Neque recurrendum est ad impossibilitatem perfectæ Circuli quadraturæ, quippe quæ falsè à te supponitur; nullibi autem demonstratur. Vid. R. P. Taqueti Geometriam practicam *l. 2. p. 84. in Scholio*; R. P. Nakcyanowiczii Phil. Doct. & Math. Professoris in Univers. Viln. Theorema 72: *Perfecta Circuli quadratura est possibilis*; & aliorum. Forsitan jam nunc respondebis, eam esse impossibilem non quidem absolutè, sed tantum respectivè; seu relatè ad illos, qui de ea indaganda sunt solliciti; at non potest te latere, Majores nostros idem sensisse de arcanis adimendæ salsedinis aquæ maritimæ, & inveniendæ longitudinis locorum in mari; de quorum posteriori Varenius in Geographia sua inquit: *Palma in medio posita est, rapiat, qui potest*; & tamen Problema utrumque hac nostra tempestate feliciter fuit solutum; ad quod accedit nunc solutio 3tii, quod propemodum bis mille annis ingenia torsit Mathematicorum. Agedum ergo Zoile! spectandum præbe, quantum rationibus efficere valeas, non autem affectibus, qui dedecent Virum æquè ac homuncionem. *Nobile vincendi genus est se vincere posse: Candida pax homines, sed decet ira feras.* Quo ad me, si inciderem in Auctorem, qui glaucoma aliis vellet objicere, tantum abest, ut ei succenserem, ut potius omnes ingenii

nii

nii nervos intenderem, ad patefaciendas ejus abſurditates, ne videatur ſibi nimis ſapiens: idem ut & tu facias, te etiam atque etiam rogo. Convictus à te ineptiarum, & hallucinationis, ſpondeo non ſolùm æquo animo laturum me exprobrationes tuas; ſed etiam ſoluturum me tibi mulctam ab Arbitris noſtris mihi pro crimine oſtentationis irrogandam. Veruntamen ſi data fuit tibi quondam (ut verbis utar illuſtris Wolfii, qui nomen ſuum immortalitati conſecravit) docendi quidem, ſed non ſciendi Matheſin poteſtas; præſtabit tacere, quàm palmam velle mihi reddere dubiam, ne applicari poſſint tibi proverbia: *Si tacuiſſes Philoſophus (Geometra) manſiſſes. Vana ſine viribus ira: vana & ſine ſcientia ſufficienti refutatio.* Interim ſi præjudiciis & affectibus occupatus vis imitari Ciceronem, qui inquiebat ſe malle errare cum Platone, quàm rectè ſentire cum aliis, per me licet. *Velle ſuum cuique eſt, nec voto vivitur uno.* Non indigeo ſuffragio tuo, ſiquidem jam nactus ſum Viros eruditos, qui à motibus animi, & partium ſtudio liberi mihi ſuffragantur, adeo ut tutò confidere queam, hocce ſcriptum ab omnibus, qui ei examinando ſunt pares, iri approbatum. Tandem ne jam nimius eſſe videar; hiſce verſibus epilogo meo finem impono.

Si cernis titulos hìc, qui tua lumina lædunt,

Zoile, quid mirum! diſplicet omne tibi.